Realitätsbezogene Aufgaben

Ergebnisse eines EU-Projekts

Andreas Ulovec, Fakultät für Mathematik, Universität Wien

Seit Jahren (eigentlich Jahrzehnten) wird vom Mathematikunterricht Realitätsbezug gefordert. Vielen Schulaufgaben wird jedoch nur ein (mehr oder weniger) realistischer Mantel umgehängt, bei näherer Betrachtung sind jedoch weder der Kontext noch die Daten realistisch, ganz abgesehen von Interesse für SchülerInnen („wie viel Blech braucht man mindestens für die Dose“ – Aufgaben). Wir wollen einige im Rahmen eines EU-Projekts entwickelte Aufgaben mit tatsächlichem Realitätsbezug vorstellen, und auch Vorschläge zur Findung eigener Aufgaben und Daten geben.

1. Wozu ein EU-Projekt zu diesem Thema?

Mehrere Studien zeigen, dass SchülerInnen oft wenig Motivation zeigen, sich mit Mathematik zu beschäftigen. Von den SchülerInnen häufig genannte Gründe dafür sind:

- uninteressant
- brauche ich nicht im späteren Leben
- zu schwierig/kompliziert
- keine echten Anwendungen

Eine Möglichkeit, die Motivation zu steigern und den genannten Gründen entgegenzuwirken wäre also, realistischen und interessanten Kontext für Aufgabentexte zu verwenden. Oft finden sich hingegen Aufgaben, die zwar realistisch aussehen, sich bei näherem Hinsehen aber als entweder ziemlich unrealistisch (etwa in Bezug auf den Kontext oder auf die Daten) oder einfach als uninteressant herausstellen.

Im Rahmen des EU-Projekts „Math2Earth – Bringing Mathematics to Earth“ haben sich fünf Partner-Institutionen aus dem Bildungsbereich – Universität Wien (Österreich), Universität Pisa (Italien), Lehrerbildungs-College Arhus (Dänemark), Konstantin-Universität Nitra (Slowakei), und die BG Akademie der Wissenschaften (Bulgarien) – zusammengeschlossen, um gemeinsam mit Partnern aus Anwendungsbereichen realitätsbezogene Aufgaben bzw. Unterrichtsmaterialien zu erstellen und zur Verfügung zu stellen. Dabei haben Partner aus den folgenden Bereichen mitgewirkt:

- Luftfahrt
- Raumfahrt
- Energie
- Marine
- Gärtnerei
- Innenausbau/Dekoration
- Archäologie
- Finanzberatung
- Chemie

2. Was SchülerInnen (nicht) interessiert

Zu Beginn des Projekts haben die Partner SchülerInnen in den jeweiligen Ländern nach deren Interessen befragt. Dabei wurden folgende Themen als interessant oder sehr interessant genannt (es handelt sich nur um eine Auswahl der genannten Themen):

- Musik
- Umwelt
- Beruf und Berufswahl
- Sport
- Kleidung
- Technik
- Rätsel lösen

Die SchülerInnen wurden auch gefragt, welche Themen sie weniger oder gar nicht interessieren. Spitzenreiter dieser „Negativ-Liste“ waren dabei:

- Schule (das werden wir in der x. Klasse wieder brauchen)
- Einkaufen von Lebensmitteln
- (Kontextlose) Geometrische Objekte
- Briefmarkensammeln
- Lotto und anderes mit „ziehe aus einer Urne“-Kontext

3. Darf's etwas weniger realistisch sein?

Wir beginnen mit vier Textbeispielen aus (nicht notwendigerweise aktuellen) österreichischen Schulbüchern. Dazu möchten wir gleich zu Beginn darauf hinweisen, dass es uns nicht darum geht, ein spezielles Schulbuch, oder mehrere Schulbücher, oder das österreichische Schulbuch-System als solches zu kritisieren. Dieser Abschnitt dient nur dazu, um zu demonstrieren, dass „realitätsbezogene Aufgaben“ nicht immer realistisch sind.

3.1 Blechdosen-Abfall

Ein Spengler stellt eine 10 cm lange, 10 cm breite, und 22 cm hohe, oben offene Blechdose her. Berechne wie viele dm^2 Blech er dafür benötigt, wenn der Abfall bei der Arbeit 6 dm^2 20 cm^2 beträgt.

Hierbei ist zu bemerken, dass a) der Sinn der Aufgabe nicht ganz klar ist, b) Blech nicht in dm^2 verkauft oder berechnet wird, und c) der Abfall bei dieser Produktion ca. 40% betragen würde, was den Hersteller recht bald in den Ruin triebe.

3.2 Politiker rechnen anders

Eine Werbeagentur rät einem Politiker, dass er noch mindestens 30 einminütige und 20 dreiminütige TV-Werbungen braucht, um die nächste Wahl zu gewinnen. Das Fernsehen verkauft einminütige Sendezeit zu 1.000 €, dreiminütige zu 2.500 €. Wie viele ein- bzw. dreiminütige Sendungen muss er wählen, um mit minimalen Kosten die Wahl zu gewinnen?

Mit Geld kann man also alles kaufen – sogar die nächsten Wahlen! Abgesehen davon, dass wir diesen Eindruck nicht in einem Schulbuch vermitteln sollten, hängt die reale Effizienz von Werbeeinschaltungen im Fernsehen extrem vom Zeitpunkt der Ausstrahlung ab (die

Kosten sind außerdem deutlich höher als hier angegeben). Auch hält sich das Interesse von SchülerInnen an derartigen Aufgaben sehr in Grenzen.

3.3 Fliegen wir (fast) nach Wien

Ein Flugzeug fliegt von Frankfurt nach Wien (660 km) und kommt bei Rückenwind von 60 km/h in Wien um 6 Minuten früher an als bei Windstille. Wie groß ist die Eigengeschwindigkeit des Flugzeugs?

Abgesehen von der Tatsache, dass Piloten die Entfernungen und Geschwindigkeiten in Meilen und Knoten und nicht in metrischen Einheiten berechnen, ist dies kaum eine praktische Aufgabenstellung. Wir haben keinen Piloten gefunden, der nach Ankunft in Wien auf die Uhr gesehen und gesagt hätte „aha, wir sind 6 Minuten früher da; wie schnell sind wir eigentlich geflogen?" Die Fragestellung ist üblicherweise umgekehrt: Man kennt die Geschwindigkeit und interessiert sich dafür, wann man ankommt (oder man wählt die Geschwindigkeit so, dass man möglichst pünktlich landet). Nebenbei erwähnt ist die tatsächliche Entfernung (Luftlinie) der Flughäfen Frankfurt-Wien 715 km, wir würden also nach 660 km irgendwo in der Nähe von Tulln landen.

3.4 Uhr-Probleme

Der Minutenzeiger einer Armbanduhr ist 2,5 cm lang. Welchen Weg hat die Spitze im Laufe eines Jahres zurückgelegt?

Ein Blick auf die eigene Armbanduhr sagt einem nicht nur die Zeit, sondern auch, dass die hier vorgestellte Uhr wohl für den Gebrauch etwas groß wäre. Außerdem muss man hier wirklich nach dem Sinn der Berechnung fragen. Die Spitze eines Uhrzeigers bekommt wohl kein Kilometergeld und auch keinen 5.000-km-Service.

4. Hoffentlich realistischere Aufgaben

Die hier vorgestellten Aufgaben sind nur drei von vielen, die im Rahmen des EU-Projekts Math2Earth entwickelt wurden. Die Aufgaben können alle von der Projekt-Homepage http://www.math2earth.org heruntergeladen werden.

4.1 Flug von Wien nach Dubai

Bei einem Flug mit einer Boeing 737-800 von Wien nach Dubai (2.450 Meilen) beträgt die durchschnittliche Geschwindigkeit im Reiseflug 400 Knoten (Meilen pro Stunde). Wie viel Treibstoff muss für diesen Flug mindestens im Tank sein, wenn sich die minimale Treibstoff-menge wie folgt zusammensetzt:

a) *Treibstoff für das Rollen vom Gate zur Startbahn (200 kg)*
b) *Treibstoff für den Reiseflug von Wien nach Dubai (2,400 kg/h)*
c) *5% von c) als Reserve (um z.B. ungünstige Windverhältnisse zu korrigieren)*
d) *Treibstoff für den Flug vom Zielflughafen zum Ausweichflughafen (hier 160 Meilen)*
e) *Mindesttreibstoffmenge im Tank (nach der Landung muss noch Treibstoff für 30 Minuten Reiseflug im Tank sein)*

Als Erweiterungsmöglichkeiten könnte man die folgenden Aufgaben stellen. Dabei ist Eigenrecherche der SchülerInnen durchaus beabsichtigt:

- *Wie lange dauert das Betanken des Flugzeugs (man kann etwa 14 l/s tanken, die Dichte des Treibstoffs beträgt 0,79 kg/l)*
- *Treibstoff sparen durch langsamer fliegen (1% Reduktion der Geschwindigkeit benötigt 1% weniger Treibstoff) – Flugplan?*
- *Treibstoff sparen durch andere Flughöhe?*
- *SchülerInnen sollen andere Flugstrecken/Flugzeuge suchen und ähnliche Berechnungen durchführen*

4.2 Solarzellen

Eine Studie besagt, dass etwa ein Drittel des österreichischen Strombedarfs (2008 betrug der Stromverbrauch 58,884 GWh) durch Solarzellen gedeckt werden könnte. Eine (typische) Solarzelle (Modul) ist rechteckig mit den Maßen 160 cm x 90 cm und liefert eine Leistung von durchschnittlich 200 W. Der Jahresdurchschnitt an Sonnenstunden in Österreich beträgt etwa 4.5 h/Tag. Wie viele Solarzellen würde man brauchen? Wie viele km^2 bzw. welcher Prozentsatz der Fläche Österreichs wäre mit Solarzellen bedeckt? Ist das realistisch?

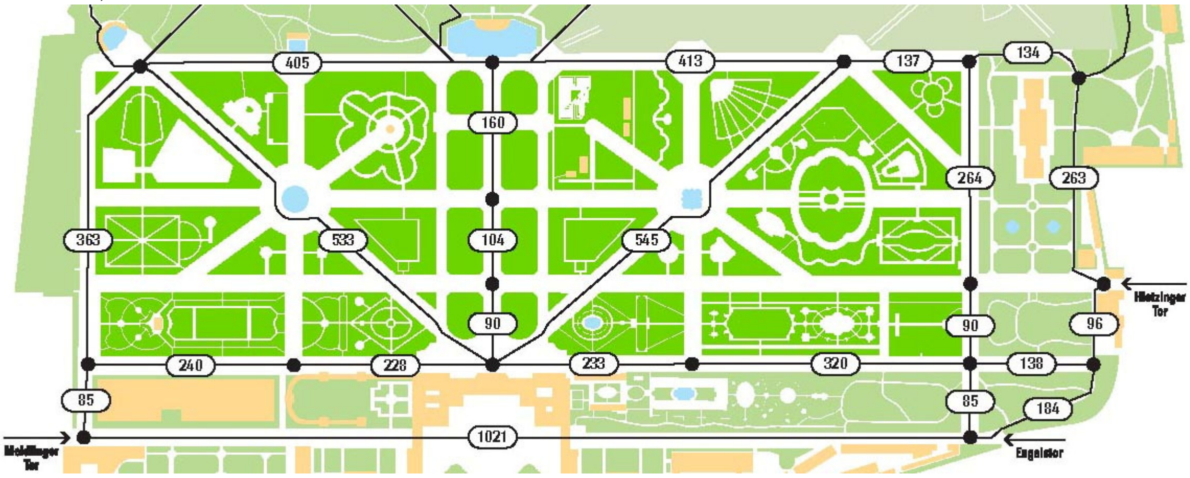
Die Aufgabe soll auch zum kritischen Denken anregen. Denn obwohl das Ergebnis („nur" 0,1% der Gesamtfläche wären bedeckt) nicht beeindruckend groß aussieht, würde man dafür etwa 60 Millionen Solarmodule brauchen – das entspricht in etwa der Jahres-Weltproduktion. Als Erweiterungsmöglichkeiten würde sich etwa folgendes anbieten:

- *Wie viel würden die Solarzellen kosten?*
- *Was könnte man an der Studie kritisieren?*
- *Wie viele Windräder müsste man aufstellen, um die gleiche Energieausbeute zu erreichen (ein Windrad erreicht bei idealen Bedingungen eine Leistung von 3.600 kW).*

4.3 Rasen in Schönbrunn

Im Schlosspark Schönbrunn (insbesondere in der Großen Galerie) muss regelmäßig der Rasen neu bepflanzt werden. Eine Zeitung schreibt darüber: „Dafür werden mehrere Tonnen Rasensamen gebraucht". Der Hersteller des verwendeten Rasensamens empfiehlt 1 kg

Rasensaat für 15 m^2 Fläche. Wie viele Tonnen Rasen werden tatsächlich benötigt? Verwende die Karte, um die Fläche abzuschätzen!



Als Erweiterungsmöglichkeiten könnte man folgende Fragen stellen:

- *Wie viel würde der Rasensamen ungefähr kosten?*
- *Wie exakt kann man die Berechnung durchführen – und wie exakt ist sie sinnvoll durchzuführen?*

5. Realität vs. Modell

Oft wird kritisiert, reale Aufgaben seien zu komplex, um sie mit den Mitteln der Schulmathematik zu behandeln. Darauf möchten wir auf zweierlei Arten eingehen. Zunächst zeigen die obigen Beispiele, dass dem nicht unbedingt so sein muss – eine Menge realer Aufgaben ist durchaus mit dem Wissensstand der SchülerInnen zu bewältigen. Aber auch jene realen Problemstellungen, die nicht mit Schulmathematik zu schaffen sind, können sehr gut im Unterricht verwendet werden. Man kann für diese Aufgaben zunächst einfache Modelle entwickeln und mit diesen die Berechnungen durchführen. Im Anschluss kann man die Frage stellen „Welche Schwierigkeiten treten bei diesem Modell auf?" oder „In welchen Fällen weicht dieses Modell (stark) von der Wirklichkeit ab?" Dies kann man dann zum Anlass nehmen, um zu fragen „Was kann man verbessern?" und „Welche Mathematik brauche ich dazu?" Dies ist einerseits eine gute Möglichkeit über Modellbildung im Allgemeinen zu reden, und auch aufzuzeigen, warum Mathematik sich immer weiterentwickelt.

Viele (reale) Aufgabenbereiche lassen sich auch mit den neuen Technologien erschließen. Man muss sich dabei keineswegs nur auf den Computer beschränken. Digitale Video-Analyse von Bewegungsabläufen (z.B. Erstellen und Interpretieren von Diagrammen) ist dabei genauso möglich wie etwa Anwendungsaufgaben zur Vektorrechnung mit Hilfe von GPS (etwa in der Schiffsnavigation, oder beim GeoCaching). Auch die Smartphones der SchülerInnen lassen sich gut einsetzen. Hier lassen sich ebenfalls gute Ansätze zum Thema Modellieren finden.

6. Zusammenfassung

Realistische Aufgaben sind eine Möglichkeit, SchülerInnen zu motivieren. Sie sind nicht die einzige Möglichkeit, und wir behaupten auch nicht, dass jede Aufgabe, Berechnung usw. im Unterricht einen realistischen (oder sonst einen) Kontext haben muss. Aber den SchülerInnen zu zeigen, dass Mathematik echte Anwendungen hat, und dass sie nützlich für ihr späteres Leben ist, kann die Lust aufs Lernen deutlich steigern. Außerdem machen Berechnungen mit sinnvollen Daten einfach mehr Spaß.